

Présentation

Code interne : EMM8-ANUM1

Description

Ce module a pour but d'initier les élèves à la méthode des éléments finis.

Pour ce faire, nous questionnerons dans un premier temps la notion de solution d'une EDP, à travers les concept de formulations forte, faible et variationnelle, en lien avec les notions mécanique de principe des travaux virtuels. Nous nous appuierons dans un second temps sur les notions de solutions faible et variationnelle pour introduire les méthodes d'approximation de type éléments finis. L'analyse, la mise en œuvre et l'implémentation effective de ces méthodes seront discutées et illustrées par des exemples numériques. Divers méthodes éléments finies seront également implémentée durant des séances de travaux pratiques.

Selon le temps restant et l'appétence des élèves, des thèmes d'ouverture pourront être abordés : résultat d'existence de solution continue, analyse et implémentation de schémas non-linéaires, enjeux de conformité, panorama des méthodes "modernes", réinterprétation de méthodes numériques en éléments finis.

Objectifs

Ce module vient approfondir les notions de calcul scientifique et d'analyse numérique.

Les blocs de compétences visés sont :

- Simuler un problème de mécanique complexe (BC02)
- Mettre en œuvre de techniques de calcul haute performances (BC03)

Côté analyse (numériques et des EDP), les objectifs précis du module sont les suivants :

- identifier la formulation faible d'un problème physique à partir d'une EDP ou d'un principe de conservation ;
- écrire la formulation variationnelle associée à une formulation faible quand c'est possible ;
- identifier le problème aux limites (EDP) associé à une formulation faible donnée ;
- écrire une formulation faible approchée (discrète) et démontrer son caractère bien posé ;
- estimer l'erreur d'approximation commise par avec une formulation faible discrète donnée, et en identifier les différentes contributions ;
- démontrer l'unisolvance d'un élément fini.

Concernant le calcul scientifique, le module vise à développer les compétences suivantes :

- choisir un type d'élément fini / un ensemble de degré de liberté pour un problème donné et justifier son choix ;
- identifier et prendre en main les différents modules constituant un code éléments finis (maillage, quadratures, bases polynomiales, ...) en POO ;
- implémenter l'assemblage de matrices de masse et de rigidité à partir de modules de base fonctionnels ;
- choisir le type de solveur à utiliser en fonction des caractéristiques des matrices du système ;
- comparer des méthodes numériques et identifier les cadres d'utilisation idéaux de chaque méthode.

Heures d'enseignement

CM	Cours Magistraux	16h
TD	Travaux Dirigés	21,33h
TDM	Travaux Dirigés sur Machine	10,67h
TI	Travaux Individuels	12h

Pré-requis obligatoires

Il repose fortement sur les modules et notions suivantes :

- analyse numérique (EMM5-ANUM1) : interpolation polynomiale, formules de quadrature, solveurs linéaires directs ; calcul différentiel (EMM5-MATH2) : continuités des applications (multi)linéaires, optimisation ;
- intégration (EMM6-MATH1) : espace L^p , analyse de Hilbert ;
- approximation numériques des EDP par différences finies (EMM6-ANUM1) : propriétés des EDP élémentaires, approximation numériques d'équations de diffusion et d'advection ;
- calcul scientifique en C++ (EMM7-PROG1) : langage de programmation C++, programmation orientée objet, exploitation de résultats numériques ;
- introduction à la méthode des volumes finis (EMM7-ANUM1) : théorie des distributions, notions de maillages, notion de solutions pour des équations conservatives ;
- solveurs linéaires pour les problèmes industriels (EMM7-ANUM2) : solveurs linéaires itératifs, systèmes creux, moindres carrés.

Le module fera également appel à des EDP issues de la mécanique des fluides (Stokes, Navier-Stokes) et du solide (élasticité linéaire, Euler-Bernoulli, plaques minces).

Syllabus

- 1) Introduction : limites théoriques et pratiques des méthodes volumes et différences finies
- 2) Notion de solution faible d'une EDP (cas régulier)
- 3) Solution faible discrète et analyse d'une discrétisation éléments finis

4) Choix d'un élément fini et mise en œuvre pratique

5) Ouverture : selon le temps et l'appétence des élèves

(analyse des EDP, schémas non-linéaires, (non)-conformité, méthodes "modernes" ...)

Modalités de contrôle des connaissances

Évaluation initiale / Session principale

Type d'évaluation	Nature de l'évaluation	Durée (en minutes)	Nombre d'épreuves	Coefficient de l'évaluation	Note éliminatoire de l'évaluation	Remarques
Contrôle Continu Intégral	Contrôle Continu			1		

Infos pratiques

Contacts

Julien Moatti

✉ Julien.Moatti@bordeaux-inp.fr